

Risikoanalyse bei der Portfolioallokation

Wirksame Verlustbegrenzung durch Portfoliooptimierung mit Hilfe des Conditional Value at Risk (CVaR)

Der Markteinbruch 2008 hat demonstriert, wie wichtig die Auswahl der richtigen Verfahren zur Risikoanalyse bei der Portfolioallokation ist. Die Rendite- bzw. Verlustunterschiede zwischen Portfolioallokationen, die auf Standardverfahren – beispielsweise dem Erwartungswert-Varianz-Ansatz – oder einem CVaR-Ansatz beruhen, können erheblich voneinander abweichen. Die Ursache liegt in den getroffenen Annahmen über die empirischen Eigenschaften von Finanzmärkten. Diese unterscheiden sich bei Verwendung von Downside-Risikomaßen wie CVaR deutlich von den Annahmen des klassischen Standardverfahrens. Der Einsatz des CVaR-Ansatzes kann daher zu einer deutlichen Verbesserung der risikoadjustierten Renditen führen. Zudem wird hierdurch eine direkte Modellierung der Sensitivität des Portfolios gegenüber Verlustrisiken ermöglicht.

Die Vorteile des CVaR-Ansatzes gegenüber Standardverfahren im Bereich der Portfoliooptimierung werden in diesem Artikel anhand konkreter Beispiele demonstriert. Eine detaillierte empirische Analyse von Portfolioallokations-Entscheidungen an bedeutenden europäischen Aktienmärkten für Long-Only und Long-Short Equity Portfolios bestätigt die Wirksamkeit dieses Ansatzes.

Die rapide Entwicklung der Finanzmärkte und zunehmende Verbreitung der verschiedensten Finanzinstrumente innerhalb im letzten Jahrzehnt haben das Risikomanagement vor neue Herausforderungen gestellt. Die Handelsmuster in unterschiedlichen Märkten und Anlageklassen sind stetig zunehmenden Schwankungen unterworfen. Ursache sind neben Veränderungen der fundamentalen Faktoren eine erhöhte Marktliquidität sowie geringere Transaktionskosten, die eine Beschleunigung des Kapitalflusses ermöglichen. Die gewohnten Annahmen der Portfoliodiversifikation über verschiedene Asset-Klassen wurden durch wiederholt auftretende Marktphasen mit hoher Volatilität und starken Kurseinbrüchen in Frage gestellt. Die strukturellen Veränderungen der Finanzmärkte beeinflussen die Sichtweise auf die wechselseitige Abhängigkeit der Märkte und bergen bedeutende Auswirkungen für die Portfoliokonstruktion. Sie erhöhen den Bedarf nach einem aktiveren Portfoliomanagement und führen zu einer zunehmenden Bedeutung der Portfoliooptimierung.

Analog zur Sichtweise auf die Wechselwirkung zwischen verschiedenen Märkten und Anlageklassen hat sich die Erkenntnis durchgesetzt, dass sich die empirischen Eigenschaften von Aktien-

kursrenditen nicht ausreichend durch die (Gaußsche) Normalverteilung erklären lassen. Eine Vielzahl empirischer Studien belegt stattdessen, dass sich die Kursverläufe von Aktien und Marktindizes mit so genannten „fat tailed“ Verteilungen abbilden lassen [Vgl. Rachev/Mittnik/Fabozzi/Focardi/Jašić 2007]. In diesem Fall stellt die Standardabweichung der Verteilung ein unzureichendes Maß zur Quantifizierung der Kursrisiken dar. Darüber hinaus müssen Schiefe und Kurtosis (Wölbung) der Verteilung in Betracht gezogen werden.

Da aus Sicht des Investors vor allem unerwartete negative Kursveränderungen als Risiko angesehen werden, eignen sich am besten Risikomaße, die das „downside tail risk“ (Randrisiko im Verlustbereich) einer Verteilung erfassen. Die wünschenswerten Eigenschaften solcher als „kohärent“ bezeichneter Risikomaße werden von Artzner, Delbaen, Eber und Heath (1999) beschrieben. Value-at-Risk (VaR), eine in der Praxis sehr stark verbreitete Risikokennziffer, stellt dabei kein kohärentes Risikomaß dar. Ein Beispiel für ein kohärentes Maß ist stattdessen der Conditional Value-at-Risk (CVaR). CVaR(90%) bezeichnet dabei beispielsweise den CVaR zum Konfidenzniveau von 90 Prozent. Er misst den erwarteten Verlust im Fall ei-

ner Realisation aus dem ungünstigsten 10%-Quantil einer Renditeverteilung.

Neben der Verwendung entsprechender Risikomaße zur möglichst umfassenden Abbildung von Verlustrisiken hat ihr Einsatz bedeutende Auswirkungen auf die Portfoliooptimierung. Dieser Artikel demonstriert, wie sich mithilfe des CVaR die empirischen Eigenschaften von Aktienkursrenditen – insbesondere Verlustrisiken – berücksichtigen lassen. Hierzu werden optimierte Portfolios aus Einzelaktien mithilfe eines von Rockafellar and Uryasev (2000) entwickelten Algorithmus konstruiert und analysiert. Zur Analyse des Ansatzes dient ein Vergleich der Allokations- und Performanceunterschiede zwischen verschiedenen optimierten Portfolios. Grundlage ist der beschriebene Algorithmus (CVaR-Ansatz) sowie Portfolios, die mit Hilfe der Markowitz-Methode optimiert sind.

Es gilt zu analysieren, welcher Ansatz zu einer höheren risikoadjustierten Performance führt und wie sich die jeweilige Wertentwicklung in verschiedenen Marktphasen unterscheidet. Ziel ist letztendlich, einen in allen Marktphasen optimalen Portfolioansatz zu erreichen. Zur Untersuchung werden Long-Only- und Long-Short-Portfolios mit verschiedenen Optimierungsansätzen gebildet. Die Er-

gebnisse zeigen, dass sich mit Hilfe einer Portfoliooptimierung unter Berücksichtigung des CVaR Verluste wirksam begrenzen und konstante risikoadjustierte Renditen erzielen lassen.

Ansätze zur Portfoliooptimierung

Im Markowitz Mittelwert-Varianz-Ansatz wird das Risiko anhand der Standardabweichung von Aktienkursrenditen gemessen. Diese Methode ist aus theoretischer Sicht nur dann zulässig, wenn die Investoren über quadratische Nutzenfunktionen verfügen oder die Renditen einer elliptischen Verteilung, beispielsweise einer Normalverteilung, unterliegen. Die Datengrundlage zeigt, dass die Renditen der einzelnen Aktionen sich nur unzureichend über eine Normalverteilung abbilden lassen, womit der Mittelwert-Varianz-Ansatz nur bedingt anwendbar ist. Zur Berücksichtigung der Verteilungseigenschaften wird wie beschrieben ein Optimierungsansatz unter Berücksichtigung des CVaR verwendet.

CVaR ist definiert als durchschnittlicher erwarteter Verlust, falls der Verlust des Portfolios in einer Periode größer ist als ein gegebenes VaR-Niveau. Bei einer gegebenen Renditeverteilung kann CVaR entsprechend als Integral definiert werden (Vgl. ► **Gleichung 01**).

Hierbei wird der CVaR einer Investition in n Einzelaktien für jeweils eine gegebene Zeitperiode minimiert, bei Berücksichtigung der erwarteten Rendite des Portfolios innerhalb der Nebenbedingung. Diesem Ansatz folgend kann das Optimierungsproblem wie in ► **Gleichung 02** beschrieben werden.

$w = (w_1, \dots, w_n)$ steht hierbei für einen Vektor aus Portfoliogewichten, $w^T e$ für die erwartete Rendite des Portfolios mit den Gewichten w sowie R für eine Untergrenze der erwarteten Rendite. Die Bedingung $w^T e = 1$ gibt an, dass die Summe der Gewichte 1 betragen soll. Mithilfe der Variablen a_i und b_i kann für jede Position eine minimale bzw. maximale Gewichtung vorgegeben werden. Durch Entfernen der Nebenbedingung bezüglich der erwarteten Rendite lässt sich das Minimum CVaR-Portfolio erhalten.

Das Optimierungsproblem des Minimum-CVaR Portfolios kann mithilfe des Algorithmus von Rockafellar and Uryasev (2000) gelöst werden. Der Algorithmus optimiert das CVaR des Portfolios unter direkter Verwendung der historischen

► **Gleichung 01**

$$CVaR_\alpha(w^T r) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha VaR_\alpha(w^T r) d\alpha$$

wobei $VaR_\alpha(w^T r)$ das Portfolio-VaR mit Konfidenzniveau alpha repräsentiert.

Renditen als Verteilungsgrundlage anstelle einer parametrischen Schätzung der Verteilungseigenschaften. Die Lösung des Optimierungsproblems ist mit linearen Programmiermethoden einfach zu implementieren. Für eine ausführliche Beschreibung der Linearisierungsmethodik siehe Rockafellar und Uryasev (2000). Als Ergebnis des Optimierungsproblems erhält man das CVaR-optimale Portfolio.

Das Optimierungsproblem des Mittelwert-Varianz-Ansatzes nach Markowitz kann wie in ► **Gleichung 03** skizziert, beschrieben werden.

C steht hierbei für die Kovarianz-Matrix der Aktienkursrenditen, alle anderen Variablen sind wie in Gleichung (2) definiert. Das Ergebnis des Optimierungsproblems liefert das Markowitz-optimale Portfolio. Durch Entfernen der Bedingung bezüglich der erwarteten Rendite lässt sich zudem das Minimum-Varianz-Portfolio erhalten.

Im Rahmen der Analyse werden Aktienportfolios unter Verwendung des CVaR als Risikomaß optimiert. Die Ergebnisse werden mit Portfolios auf Grundlage des Mittelwert-Varianz-Ansatzes verglichen. Als Datenbasis dienen deutsche und schweizer Aktien des DAX 30- und SMI-Indexes. Es werden tägliche Aktienkursrenditen von Januar 2001 bis August 2009 für die Analyse verwendet.

Beispiele für optimierte Long-Only Portfolios

Zum Vergleich der beiden Optimierungsverfahren wird ein Back-Testing-Verfahren mit monatlicher Portfolioumschichtung verwendet. Zunächst werden die Portfolios für Januar 2001 auf Basis täglicher Renditen von Januar bis Dezember 2000 gebildet. Für den 1. bis 31. Januar erfolgt jeweils eine simulierte Investition auf Grundlage der Portfolios. Im nächsten Schritt wird das jeweils optimale Portfolio für Februar 2001 auf Basis täglicher Renditen von Februar 2000 bis Januar 2001 ermittelt.

► **Gleichung 02**

$$\min_w CVaR_\alpha(w^T r)$$

s.t.

$$w^T e = 1$$

$$w^T e r \geq R$$

$$a_i \leq w_i \leq b_i$$

► **Gleichung 03**

$$\min_w w^T C w$$

s.t.

$$w^T e = 1$$

$$w^T e r \geq R$$

$$a_i \leq w_i \leq b_i$$

Mithilfe dieser „Rolling-window“-Technik wird entsprechend für alle Folgemonate für beide Optimierungsverfahren das jeweils optimale Portfolio berechnet. Die monatlichen Renditen der beiden Optimierungsansätze werden mit der Entwicklung des DAX-30-Indexes als Benchmark verglichen.

Um das gesamte Verlustrisiko zu berücksichtigen, wird das CVaR-Portfolio auf Basis eines Konfidenzniveaus von 50 Prozent berechnet. Eine höhere Sensitivität gegenüber Randrisiken im Verlustbereich kann durch die Erhöhung des Konfidenzniveaus erreicht werden. In der Praxis setzen Investoren häufig ein Limit auf Einzelpositionsebene ein. Auf diese Art sollen Konzentrationsrisiken vermieden werden, auch wenn einzelne Aktien eine überragende (erwartete) Performance aufweisen. Entsprechend wird in der Simulation das Investment in Einzeltitel auf zehn Prozent des Gesamtportfoliowertes beschränkt. Um einen gültigen Vergleich mit dem

► Tab. 01

Monatliche Renditen des CVaR-optimalen und Markowitz-optimalen Portfolios für das DAX 30 Universum im Zeitraum von Januar 2001 bis August 2009.

Jahr	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
CVaR(50%)-optimales Portfolio									
Rendite	-12.88%	-22.86%	23.87%	23.27%	38.13%	26.64%	8.75%	-19.71%	-0.92%
Volatilität	19.71%	24.47%	13.43%	8.87%	9.9%	11.31%	10.26%	13.65%	25.02%
Markowitz-optimales Portfolio									
Rendite	-17.40%	-26.07%	23.03%	23.16%	37.76%	28.74%	10.84%	-21.29%	-5.25%
Volatilität	18.79%	24.95%	13.10%	8.95%	9.96%	11.18%	9.63%	13.18%	25.51%
DAX									
Rendite	-19.69%	-39.92%	29.42%	6.79%	26.99%	22.59%	18.38%	-42.77%	18.65%
Volatilität	27.29%	32.00%	28.39%	9.48%	13.11%	10.84%	13.93%	26.12%	44.28%

Benchmark-Index zu ermöglichen, wird stets das gesamte Anlagekapital in Aktien investiert. Es wäre ebenso möglich, eine Position als risikolose Anlage zu modellieren und die maximale Portfoliogewichtung dieser Position nach Bedarf zu beschränken. Limits hinsichtlich des maximalen monatlichen Turnovers des Portfolios werden nicht gesetzt. Da ausschließlich Aktientitel liquider Märkte betrachtet werden, können mögliche Ausführungsbeschränkungen vernachlässigt werden. Transaktionskosten werden in der beschriebenen Untersuchung nicht mittelbar berücksich-

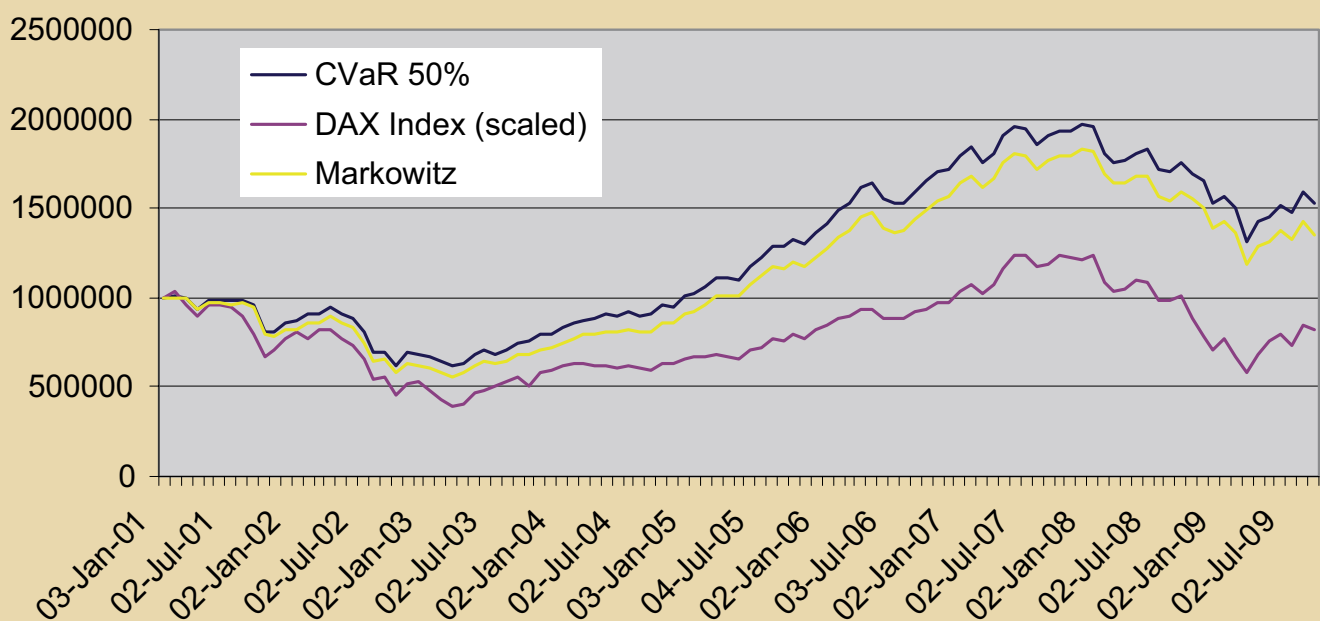
tigt. Durchgeführte Untersuchungen unter Berücksichtigung von Transaktionskosten führen zu vergleichbaren Ergebnissen.

► **Tab 01** zeigt die jährliche Rendite und Volatilität der beiden Optimierungsstrategien für das DAX 30 Anlageuniversum. Die Renditen der beiden optimierten Portfolios übertreffen das Indexportfolio in allen Jahren außer 2003, 2007 und 2009. Dabei schneidet das CVaR-Portfolio in allen Jahren außer 2006 und 2007 besser ab als das Markowitz-Portfolio. Über den gesamten Zeitraum betrachtet zeigt das CVaR-Portfolio das beste Risiko-Rendite-

Profil. Von Bedeutung sind insbesondere die Ergebnisse für die Jahre 2001, 2002 und 2008, den Jahren mit deutlichen Kurseinbrüchen. In diesen Jahren reduzieren sich die Verluste des CVaR-Portfolios auf 65 Prozent, 57 Prozent bzw. 46 Prozent der Verluste des DAX 30. Die Verluste des CVaR-Portfolios liegen zudem in diesen Jahren mindestens zehn Prozent unter den Verlusten des Markowitz-Portfolios. Damit führt das CVaR-Portfolio wie erwartet zu einer wirksamen Begrenzung von Verlusten. Es verhält sich deutlich robuster gegenüber Markteinbrüchen im Vergleich

► Abb. 01

Wertentwicklung der optimierten Portfolios im Vergleich zum DAX 30 Index von Januar 2001 bis August 2009



zum Markowitz- und Index-Portfolio. Bei Betrachtung der Volatilität wird deutlich, dass die Wertschwankungen des CVaR- und Markowitz-Portfolios deutlich unter der Volatilität des Indexportfolios liegen. Insgesamt zeigt die Analyse damit bei Einsatz des CVaR-Optimierungsansatzes zur Portfolioallokation auf Grundlage des DAX 30 Anlageuniversums eine deutliche Risikominderung durch Reduktion der Verluste und der Volatilität.

Im Durchschnitt ist die Anzahl an Aktienpositionen pro Umschichtungsperiode bei Verwendung des CVaR-Optimierungsansatzes niedriger als bei der Mittelwert-Varianz-Methode. Sie schwankt beim CVaR-Portfolio zwischen 12 und 20, während die Anzahl des Markowitz-Portfolios zwischen 12 und 23 liegt. Die monatliche Turnover-Rate des CVaR-Portfolios liegt im Bereich von 20 Prozent bis 30 Prozent des Portfoliowertes.

► **Abb. 01** zeigt die Wertentwicklung der beiden optimierten Portfolios im Vergleich zum DAX 30 als Benchmark im Zeitraum von Januar 2001 bis August 2009. Beide Portfolios litten unter Verlusten während der ersten zwei Jahre, gefolgt von einer positiven Wertentwicklung bis zum erneuten Markteinbruch im Oktober 2008.

Die durchgängig bessere Performance des CVaR-Portfolios im Vergleich zum Markowitz-Portfolio wird in der Abbildung deutlich sichtbar. Das Endvermögen beider Portfolios liegt über dem Startvermögen. Das Indexportfolio bewegt sich dagegen unterhalb seines Ursprungswerts. Eine Investition von einer Million Euro in den DAX 30 am 1. Januar 2001 wäre Ende August 2009 826.709 Euro Wert gewesen. Die gleiche Investition in das CVaR- oder Markowitz-Portfolio hätte zum Vergleich zu einem Vermögen von 1.531.552 bzw. 1.351.646 Euro geführt.

► **Tab 02** zeigt das detaillierte Risiko- und Renditeprofil der mithilfe des CVaR-Ansatzes sowie der Markowitz-Methode optimierten Portfolios sowie des DAX 30-Index für den Untersuchungszeitraum Januar 2001 bis August 2009.

Das CVaR-optimale Portfolio weist mit 6,28 Prozent die höchste jährliche Rendite und mit 0,111 das höchste Sharpe Ratio auf. Wie bereits in ► **Abb. 02** erkennbar, erzielt das CVaR-Portfolio zudem die höchste kumulierte Rendite. Das Risiko, gemessen als Volatilität der täglichen Renditen, liegt sowohl für das CVaR- als auch für das Markowitz-Portfolio bei rund 16 Prozent und erreicht damit etwa 66 Pro-

zent des Risikos des Index-Portfolios. Eine Investition in ein optimiertes Portfolio aus einem gegebenen Universum an Aktien reduziert somit das Volatilitätsrisiko in diesem Beispiel um ein Drittel. Das CAPM-Beta von 0,56 verdeutlicht die erzielte Reduzierung des Markttrisikos.

Im nächsten Beispiel werden optimierte Portfolios auf Grundlage eines erweiterten Anlageuniversums gebildet und ihre Performance analysiert. Das Anlageuniversum besteht aus den 50 Aktien des deutschen DAX 30- und schweizer SMI-Indexes. ► **Tab 03** zeigt das Risiko- und Renditeprofil der gebildeten optimierten Portfolios auf Grundlage des CVaR- und Markowitz-Ansatzes für den Zeitraum von Januar 2001 bis August 2009.

Für das erweiterte Anlageuniversum zeigt erneut das CVaR-Portfolio das beste Risiko-Rendite-Profil anhand verschiedener Kennzahlen. Obwohl die durchschnittliche und kumulierte Rendite des CVaR-Portfolios im Vergleich zum CVaR-Portfolio des DAX-30-Universums niedriger liegen, werden die Renditen des Markowitz-Portfolios immer noch um ein Drittel übertroffen. Der Diversifikationseffekt, der durch die Erweiterung des Portfolios entsteht, ist anhand der Risikomaße

Risiko- und Renditeprofil des CVaR-optimalen und Markowitz-optimalen Portfolios im Vergleich zum DAX 30-Index für den Zeitraum von Januar 2001 bis August 2009

► **Tab. 02**

	CVaR(50%)-optimales Portfolio	Markowitz-optimales Portfolio	DAX 30 Index
Performance Kennzahlen			
Durchschnittliche Rendite p.a.	6.28 %	4.9 %	0.87 %
Wertentwicklung letzte 3 Monate	1.27 %	-0.74 %	4.77 %
Wertentwicklung letzte 6 Monate	16.46 %	14.06 %	36.98 %
Wertentwicklung „Year-to-Date“	-11.07 %	-13.57 %	-12.03 %
Kumulierte Rendite	53.16 %	35.64 %	-17.33 %
Positive Monate	66	61	61
Risiko- Kennzahlen			
Volatilität p.a.	16.28 %	16.39 %	24.65 %
Ex post Sharpe ratio (monatlich)	0.111	0.086	0.010
Bester Monat	11.36 %	10.24 %	18.11 %
Max. monatlicher Wertverlust	16.02 %	16.04 %	18.91 %
Durchschnittl. monatlicher Wertverlust	1.55 %	1.62 %	2.67 %
Ex post beta (monatlich, DAX 30)	0.56	0.56	
Ex post Korrelation (DAX 30)	0.85	0.85...	

Risiko- und Renditeprofil des CVaR-optimalen und Markowitz-optimalen Portfolios auf Grundlage der DAX 30- und SMI-Aktientitel für den Zeitraum von Januar 2001 bis August 2009

	CVaR(50%)-optimales Portfolio	Markowitz-optimales Portfolio	DAX 30 Index	SMI Index
Performance Kennzahlen				
Durchschnittliche Rendite p.a.	4.02 %	2.95 %	0.87 %	-1.80 %
Wertentwicklung letzte 3 Monate	3.95 %	4.86 %	4.77 %	12.06 %
Wertentwicklung letzte 6 Monate	5.04 %	10.19 %	36.98 %	33.75 %
Wertentwicklung "Year-To-Date"	-12.59 %	-1.16 %	-12.03 %	-13.56 %
Kumulierte Rendite	30.67 %	18.73 %	-17.33 %	-25.00 %
Positive Monate	61	58	61	58
Risiko- Kennzahlen				
Volatilität p.a.	13.56 %	13.75 %	24.65 %	17.35 %
Ex post Sharpe ratio (monatlich)	0.086	0.062	0.01	-0.03
Bester Monat	7.27 %	7.39 %	18.11 %	16.68 %
Max. monatlicher Wertverlust	11.78 %	13.52 %	18.91 %	14.10 %
Durchschnittl. monatlicher Wertverlust	1.31 %	1.35 %	2.67 %	1.99 %
Ex post beta (monatlich, DAX 30 / SMI)	0.378 / 0.58	0.392 / 0.60		
Ex post Korrelation (DAX 30 / SMI)	0.687 / 0.74	0.703 / 0.76		

Volatilität und CAPM-Beta erkennbar. Die Volatilität des CVaR-Portfolios sinkt mit der Erweiterung des Anlageuniversums von 16,28 Prozent auf 13,56 Prozent. Das Beta des CVaR- und Markowitz-Portfolios beträgt im erweiterten Universum 0,378 and 0,392 im Vergleich zu jeweils etwa 0,562 im DAX 30-Universum. Damit führt die Erweiterung des Anlageuniversums zu einem geringeren Risiko der optimalen Portfolios.

Die beiden Beispiele eines optimierten Portfolioallokations-Ansatzes auf Grundlage des DAX 30 bzw. erweiterten DAX-30- und SMI-Universums verdeutlichen die Vorteile des CVaR-Optimierungsverfahrens. Das resultierende Risiko-Rendite-Profil bietet eine wirksame Verlustbegrenzung im Fall von Markteinbrüchen bei konstanter Performance in positiven Marktphasen. Zur weiteren Untersuchung kann das Konfidenzniveau des CVaR-Portfolios erhöht werden. Ein Konfidenzniveau von 75 Prozent würde beispielsweise bedeuten, dass nur das ungünstige Viertel der Renditeverteilung betrachtet wird. Verluste in der Mitte der Verteilung würden damit außer Acht gelassen werden. Es zeigt sich eine geringfügig bessere Performance des CVaR-

Portfolios in Jahren mit Kurseinbrüchen bei Verwendung des 75%- anstelle des 50%-Konfidenzniveaus.

Beispiel für optimierte Long-Short Portfolios

Obwohl die Portfolioallokation mithilfe des CVaR-Ansatzes zu Vorteilen gegenüber einer Investition auf Grundlage der Markowitz-Optimierung führt, zeigt der Long-Only-Ansatz deutliche Verluste in den Jahren extremer Kurseinbrüche, zum Beispiel 2001, 2002 und 2008.

Durch eine Veränderung der Nebenbedingung in ▶ Gleichung 02 sind Long-Short Portfolios möglich. Durch Leerverkäufe ist eventuell eine Steigerung der Gesamtperformance erreichbar, da der Wert von Short-Positionen mit fallenden Kursen steigt und umgekehrt. Damit können auch in Zeiten von Kursverlusten positive Renditen erzielt werden. Die Einkünfte aus den Leerverkäufen ermöglichen zudem ein Engagement in Long-Positionen oberhalb von 100 Prozent. Gleichzeitig ist durch Leerverkäufe im Gegensatz zu Long-Positionen ein theoretisch unbegrenzt hohes Verlustrisiko möglich. Durch die Variation des Anteils der Short-Positionen am

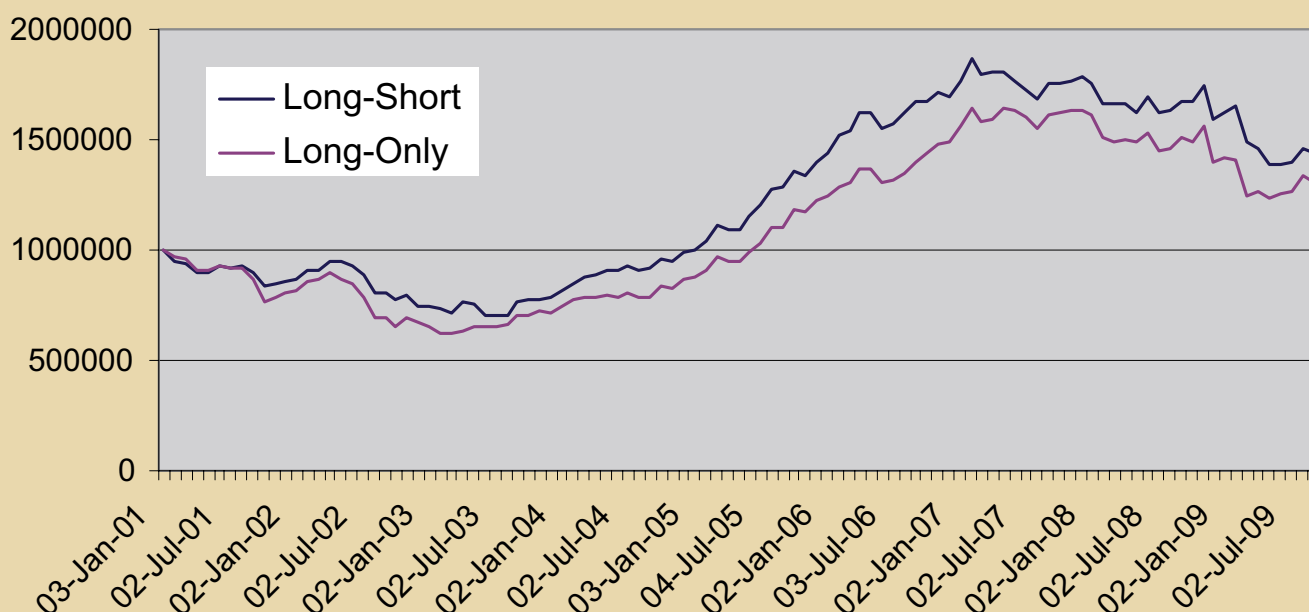
Gesamtportfolio lässt sich die Korrelation des Portfolios mit dem Marktindex beeinflussen.

Im nachfolgenden Beispiel wird ein optimiertes Long-Short-Portfolio auf Basis des CVaR mit Konfidenzniveau von 50 Prozent konstruiert. Datenbasis bildet das erweiterte Universum der DAX-30 und SMI-Aktien. Es wird die Beschränkung auferlegt, dass die Investition in Short-Positionen maximal 20 Prozent des Wertes der Long-Positionen betragen dürfen. ▶ Abb. 02 vergleicht die Wertentwicklung des jeweils mithilfe des CVaR-Ansatzes optimierten Long-Only- und Long-Short-Portfolios im Zeitraum von Januar 2001 bis August 2009.

Die in ▶ Abb. 02 dargestellten Wertentwicklungen zeigt eine durchgängig bessere Performance des per CVaR-Ansatz optimierten Long-Short-Portfolios im Vergleich zum Long-Only-Portfolio. Das optimale Long-Short-Portfolio zeigt eine höhere risikoadjustierte Rendite als das Long-Only-Portfolio, gemessen am monatlichen Sharpe-Ratio mit 0,116. Das Long-Short-Portfolio verfügt über eine höhere durchschnittliche Rendite (5,03 Prozent p. a.) sowie eine geringere Volatilität (12,49 Prozent). Die Betas des Long-Short-Portfolios gegenüber dem DAX 30 und SMI

Wertentwicklung der CVaR optimalen Long-Only- und Long-Short-Portfolios von Januar 2001 bis August 2009

► Abb. 02



Index liegen mit 0,22 und 0,40 deutlich unterhalb der Betas des Long-Only-Portfolios. Während die Anzahl der eingegangenen Long-Positionen über die Monate zwischen 15 und 26 variiert, schwankt die Anzahl an Short-Positionen zwischen acht und 16. Die Gesamtanzahl liegt im Bereich von 32 bis 46 Positionen.

Der Einsatz von Long-Short Strategien ist unter Hedge Funds, welche in der Lage sind Leerverkäufe direkt durchzuführen, weit verbreitet. Alternativ kann das Renditeprofil von Leerverkäufen durch den Einsatz von Derivaten erzielt werden. Solche, als „Extended Long-Only“ oder „130/30“ bezeichnete Strategien, haben in letzten Jahren zunehmend an Popularität gewonnen. Das Beispiel zeigt, dass der vorgestellte Optimierungsansatz einen wertvollen Beitrag bei der Konstruktion von Long-Short Strategien leisten kann. □

Fazit

Der vorliegende Beitrag untersucht die Performance von Aktienportfolios, die unter Berücksichtigung des CVaR-Risikomaßes sowie des klassischen Mittelwert-Varianz-Ansatzes optimiert wurden. Die Analyse demonstriert die Bedeutung des Einsatzes eines Optimierungsverfahrens, welches das Downside-Risiko adäquat berücksichtigt. Als Ergebnis zeigt sich,

dass der Einsatz des CVaR-Risikomaßes geeignet ist. Die Methode erfüllt die Anforderungen an koherente Risikomaße und lässt sich leicht mithilfe bewährter Optimierungsverfahren implementieren. Zusätzlich ermöglicht das CVaR-Risikomaß die explizite Modellierung der Sensitivität des Investors gegenüber Verlustrisiken.

Die gezeigten Back-Testing-Ergebnisse bestätigen das überlegene Abschneiden des CVaR-Optimierungsansatzes gegenüber der Markowitz-Methode sowie der Performance der Benchmark-Indizes. In Bezug auf die risikoadjustierte Rendite- und Risikokennzahlen der resultierenden Portfolios liefert der CVaR-Ansatz deutlich bessere Ergebnisse. In Zeiten massiver Kurseinbrüche bietet ein CVaR-optimales Portfolio einen effektiven Ansatz zur Begrenzung von Verlusten während in Perioden des Marktaufschwungs konstante risikoadjustierte Renditen erzielt werden. Darüber hinaus lässt sich die risikoadjustierte Performance über die verschiedenen Marktsituationen hinweg durch den Einsatz von Long-Short-Portfolios nochmals verbessern.

Quellenverzeichnis und weiterführende Literaturhinweise:

Arztner, P./Delbaen, F./Elber, J.M./Heath, D. (1999): Coherent Measures of Risk, in: *Mathematical Finance*, 9 (1999), S. 203-228.

Chernobai, A./Menn, C./Rachev, S. T./Trueck, S. (2009): Estimation of Operational Value-at-Risk in the Presence of Minimum Collection Threshold: An Empirical Study, 2009.

Rockafellar, R.T./Uryasev, S. (2000): Optimization of Conditional Value-at-Risk, in: *Journal of Risk*, 2 (2000), S. 21-41.

Rachev, S.T./Mittnik, S./Fabozzi, F. J./Focardi, S./Jašić, T. (2007): *Financial Econometrics: From Basics To Advanced Modeling Techniques*, Hoboken 2007.

Rachev, S. T./Stein, M./Sun, W. (2009): *Copula Concepts in Financial Markets*, 2009.

Stoyanov, S. V./Rachev, S. T./Fabozzi, F. J. (2009): Sensitivity of portfolio VaR and CVaR to portfolio return characteristics, 2009.

Autor:

Dr. Teo Jašić ist Partner im Bereich Financial Services und Risikomanagement beim Software- und Beratungshaus PPI AG in Frankfurt am Main sowie Lehrbeauftragter am Lehrstuhl für Statistik, Ökonometrie und Mathematische Finanzwirtschaft der Universität Karlsruhe.